PRESENTACIÓN	
Asignatura: **MATEMATICAS**	Grado: **NOVENO**
TERCER PERIODO	Docente: **MARLEN CAMACHO**
DESEMPEÑO	Identifica la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.

Función cuadrática

Las funciones polinómicas son aquellas constituidas por un polinomio, un ejemplo de estas es la función cuadrática o de segundo grado, representada con una gráfica de parábola y la siguiente ecuación:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Representación gráfica de la parábola

Para construir una gráfica de parábola se requiere conocer los siguientes elementos:

Vértice

Por el vértice pasa el eje de simetría de la parábola, es decir, cuando el coeficiente del término x^2 es positivo el vértice será el punto más bajo de la gráfica y las fórmulas para encontrarlo son las siguiente:

$$x_v = -\frac{b}{2a} \qquad y_v = f\left(-\frac{b}{2a}\right)$$

$$V\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$$

Así mismo, la ecuación del eje de simetría es:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

Puntos de corte con el eje X

Para encontrar el valor de x cuando $f(x) = 0$, la segunda coordenada debe igualarse a cero, por lo que tendremos que resolver la siguiente igualdad:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Al resolver la ecuación anterior los resultados pueden ser:

1.
    - Dos puntos de corte: $(x_1, 0)$ y $(x_2, 0)$ esto sucede si $b^2 - 4ac > 0$
    - Un punto de corte: $(x_1, 0)$ esto sucede si $b^2 - 4ac = 0$
    - Ningún punto de corte si $b^2 - 4ac < 0$

Punto de corte con el eje Y

Para encontrar la intersección con el eje Y la primera coordenada debe igualarse a cero, $x = 0$, por lo que tendremos:

$$f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = c \quad \Rightarrow \quad (0, c)$$

Ejemplo

Para representar la función $f(x) = x^2 - 4x + 3$ es necesario encontrar los siguientes elementos que componen la parábola:

Vértice

Aplicamos las formulas descritas en el apartado anterior para encontrar la coordenadas del vértice que son:

$$V\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$$

$$x_v = -\frac{-4}{2} = 2 \qquad y_v = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = -1$$

Entonces las coordenadas del vértice son: $V(2, -1)$

Puntos de corte con el eje X

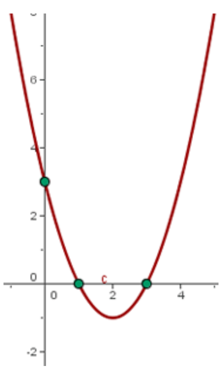
Para encontrar el punto o los puntos de corte con el eje X, igualamos la función con 0, tal como se indicó anteriormente:

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

Para resolver la ecuación, utilizamos la fórmula general para ecuaciones de segundo grado:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} \qquad \Rightarrow \qquad \begin{matrix} x_1 = 3 \\ x_2 = 1 \end{matrix}$$



En este caso hemos encontrado dos puntos de corte los cuales son: $(3, 0)$ y $(1, 0)$

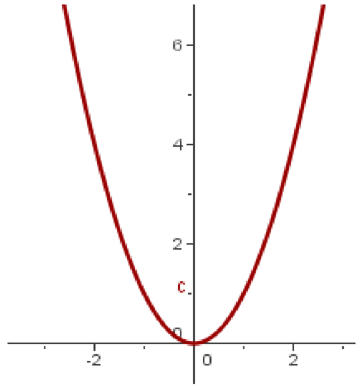
Punto de corte con el eje Y

Para encontrar el punto de corte con Y basta con conocer el valor de la constante c que en este caso es 3 y las coordenadas son: $(0, 3)$.

Gráfica de la función cuadrática

Partimos de $y = x^2$

x	$y = x^2$
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4

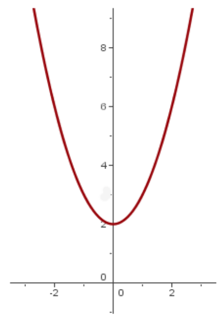


Traslación vertical

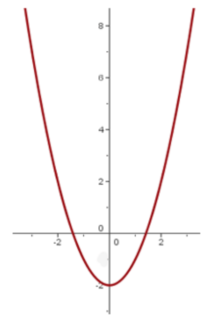
Si nuestra función es $y = x^2 + k$

Donde:

- $k > 0$, entonces $y = x^2$ se desplaza hacia arriba k unidades.
- $k < 0$, entonces $y = x^2$ se desplaza hacia abajo k unidades.



y = x² +2



y = x² -2

En este caso el vértice de la parábola es: 0,K

Y el eje de simetría $x = 0$.

Traslación horizontal

Para la ecuación $y = (x + h)^2$

Donde:

- Si, $h > 0$, entonces $y = x^2$ se desplaza hacia la izquierda h unidades.
- Si, $h < 0$, entonces $y = x^2$ se desplaza hacia la derecha h unidades.

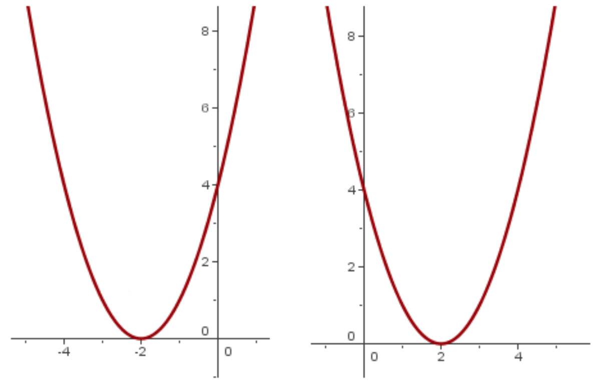
En este ejercicio el vértice de la parábola es: $(-h, 0)$.

Y el eje de simetría es $x = -h$.

Traslación oblicua

Por último en la siguiente expresión $y = (x+h)^2 + k$, el vértice de la parábola es: $(-h, k)$.

Y el eje de simetría es $x = -h$.



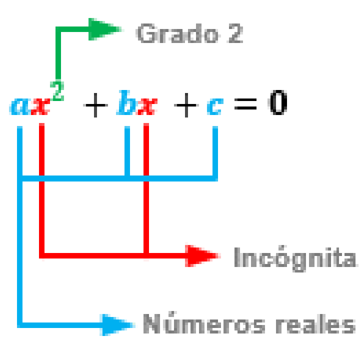
$y = (x + 2)^2$ $y = (x - 2)^2$

ACTIVIDAD 1

1. REALICE UN BREVE RESUMEN EXPLICANDO QUE ES UNA FUNCIÓN CUADRÁTICA Y SUS CARACTERÍSTICAS TENIENDO EN CUENTA SU GRÁFICA
2. EXPLIQUE CUALES SON LOS ELEMENTOS BÁSICOS EN UNA PARÁBOLA
3. GRAFIQUE EN EL PLANO CARTESIANO LAS SIGUIENTES FUNCIONES CUADRÁTICAS UTILIZANDO LA TABLA DE VALORES E IDENTIFICANDO SUS ELEMENTOS BÁSICOS.
   - ✓ $Y = 2X^2$
   - ✓ $Y = -2X^2$
   - ✓ $Y= X^2 + 2$
   - ✓ $Y = X^2 – 3$
   - ✓ $Y= 2X^2 + 1$
   - ✓ $Y= 2X^2 – 4$
   - ✓ $Y= X^2 – 2X$
   - ✓ $Y= 2X^2 +4X$
   - ✓ $Y=X^2 +6X + 2$
   - ✓ $Y=2X^2-4X+3$

ECUACIONES CUÁDRÁTICAS

Una **ecuación cuadrática** o de **segundo grado** es toda ecuación en la cual, una vez simplificada, el mayor exponente de la incógnita es 2. Así, $ax^2 + bx + c = 0$ es una ecuación de segundo grado. En esta ecuación La “x” es la variable o incógnita y las letras a, b y c son los coeficientes, los cuales pueden tener cualquier valor, excepto que a = 0.



ECUACIONES CUADRÁTICAS COMPLETAS

Son ecuaciones de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ que tienen un término x^2, un término x y un término independiente de x. Así, $2x^2 + 5x + 3 = 0$ es una ecuación cuadrática completa.

ECUACIONES CUADRÁTICAS INCOMPLETAS

Son ecuaciones de la forma $ax^2 + c = 0$ que carecen del término x o de la forma $ax^2 + bx = 0$ que carecen del término independiente. Así, $2x^2 + 3 = 0$ y $2x^2 + 5x$ son ecuaciones cuadráticas incompletas.

RAÍCES DE UNA ECUACIÓN CUADRÁTICA

Son los valores de la incógnita que satisfacen la ecuación. Toda ecuación cuadrática tiene dos raíces.

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES CUADRÁTICAS

Métodos de resolución

Existen varios métodos para resolver las ecuaciones cuadráticas. El método apropiado para resolver una ecuación cuadrática depende del tipo de ecuación cuadrática que se va a resolver.

Factorización

Para utilizar este método la ecuación cuadrática debe estar igualada a cero. Luego expresar el lado de la ecuación que no es cero como un producto de factores. Finalmente se iguala a cero cada factor y se despeja para la variable.

Ejemplo:

- $X^2 + 2x – 8 = 0$ $(X+4)((X- 2)= 0$

  $X+4 = 0$ entonces $X= -4$ y $X- 2 = 0$ entonces $X= 2$

Fórmula General de la cuadrática

Para resolver ejercicios propuestos, se utilizará la **formula general para ecuaciones de segundo grado**:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

La cual se utiliza para resolver toda **ecuación de segundo grado** del tipo

$ax^2 + bx + c = 0$ donde $a \neq 0$

Utilizar este método es muy sencillo, dado que solo debemos **igualar** las ecuaciones **a cero** y **sustituir** los valores de **a,b,c en la formula genera**l.

Al resolver una ecuación de segundo grado, pueden ocurrir 3 cosas:

- **Existen 2 valores** para la variable x que satisfacen la ecuación.
- Existe una **única solución**.
- La solución **no pertenece** al conjunto de los números **Reales**.

ACTIVIDAD 2

1. Realice un breve resumen acerca de las ecuaciones cuadráticas, sus tipos y métodos de resolución con ejemplos.
2. Identifique los valores de a, b y c en las siguientes ecuaciones cuadráticas y especifique cuál es completa e incompleta en cada una de ellas.
   a. $x^2 + 3x = 0$
   b. $x^2 + 5x -4 = 0$
   c. $3x^2 – 5 = 0$
   d. $5x^2 - 8x + 3 = 0$
   e. $3x + 2x^2 = 4$
   f. $x^2 = 3$
   g. $3x^2 = 0$
   h. $½ x^2 – 3x = 0$
   i. $7 – 2x^2 = 0$
   j. $6x^2 + 3 = 0$
3. Resolver las siguientes ecuaciones cuadráticas por factorización.
   a. $x^2 + 5x + 6 = 0$
   b. $x^2 - 10x + 16 = 0$
   c. $x^2 + 3x - 70 = 0$
   d. $x^2 - 4x - 21 = 0$
   e. $x^2 + 7x - 30 = 0$
   f. $x^2 - 13x - 30 = 0$
   g. $x^2 + 11x + 18 = 0$
   h. $x^2 -15x + 14 = 0$
   i. $x^2 + 7x + 12 = 0$
   j. $x^2 - 14x + 45 = 0$
4. Resuelva las siguientes ecuaciones cuadráticas, utilizando la fórmula general cuadrática.

a. $5x^2 - 13x + 6 = 0$
b. $2x^2 - x - 10 = 0$
c. $14x^2 + 13x + 3 = 0$
d. $4x^2 + 8x + 3 = 0$
e. $6x^2 + 5x + 1 = 0$
f. $8x^2 - 25x + 3 = 0$
g. $3x^2 + 4x - 4 = 0$
h. $9x^2 + 6x - 8 = 0$
i. $7x^2 + 8x + 1 = 0$
j. $5x^2 - 17x + 6 = 0$

FUNCIÓN EXPONENCIAL

Definición

La **función exponencial** es aquella que a cada valor real x le asigna la potencia a^x con $a > 0$ y $a \neq 1$. Esta función se expresa

$$f(x) = a^x$$

el número a se denomina **base**.

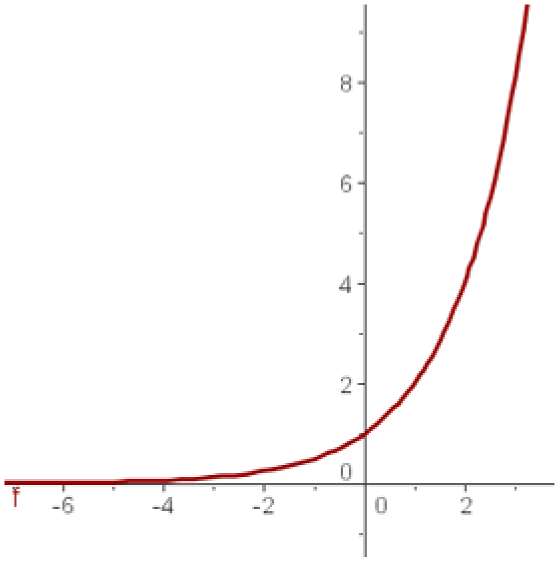
Gráficas de funciones exponenciales

Estudiemos el comportamiento de la función exponencial de acuerdo a su base

Construimos una tabla de valores para $f(x) = 2^x$

x	$f(x)$
-3	1/8
-2	1/4
-1	1/2
0	1
1	2
2	4
3	8

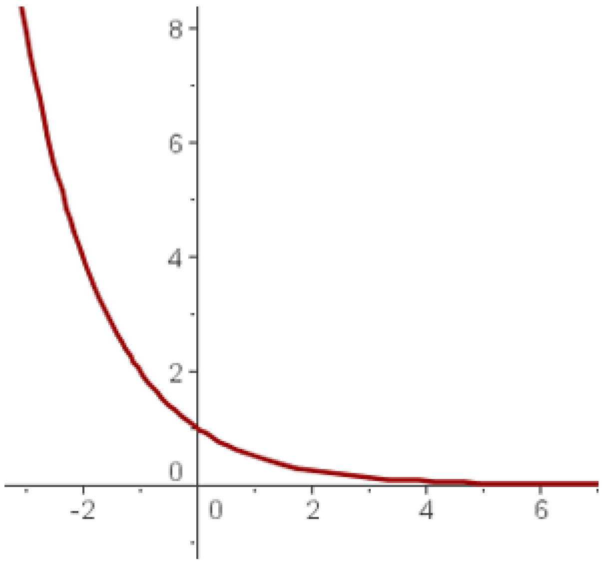
Trazamos la gráfica



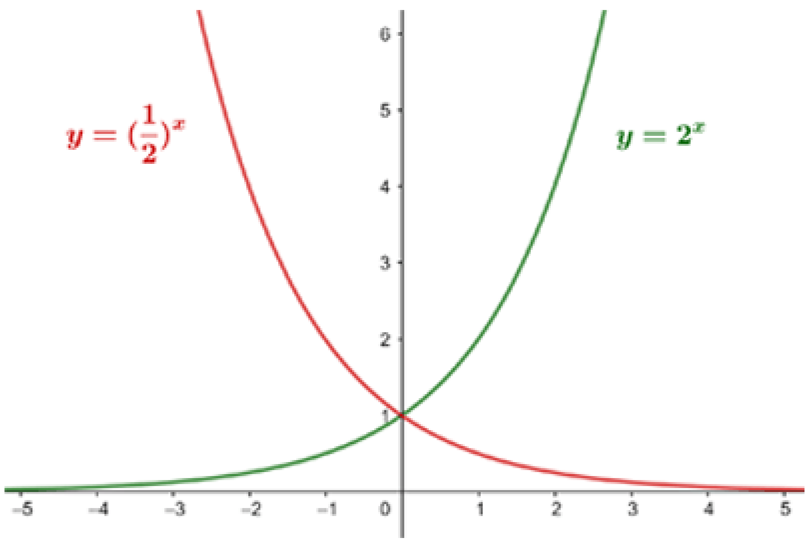
Ahora construimos una tabla de valores para $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

x	$g(x)$
-3	8
-2	4
-1	2
0	1
1	1/2
2	1/4
3	1/8

Trazamos la gráfica



Observamos que la primera función es estrictamente creciente, mientras que la segunda es estrictamente decreciente; además ambas son simétricas respecto al eje y



Propiedades de la función exponencial

1 Dominio: $\mathbb{R}$.

2 Recorrido: $(0, \infty)$.

3 Es continua.

4Los puntos $(0, 1)$ y $(1, a)$ pertenecen a la gráfica.

5. Creciente si $a > 1$.

6.Decreciente si $0 < a < 1$.

FUNCIÓN LOGARÍTMICA

La función logarítmica en base a es la función inversa de la exponencial en base a.

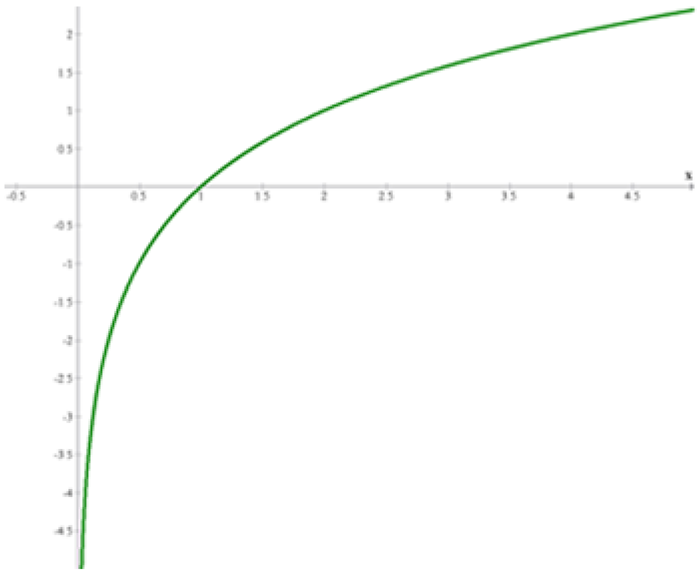
$$f(x) = \log_a x$$

$$a > 0, a \neq 1$$

Ejemplos de funciones logarítmicas

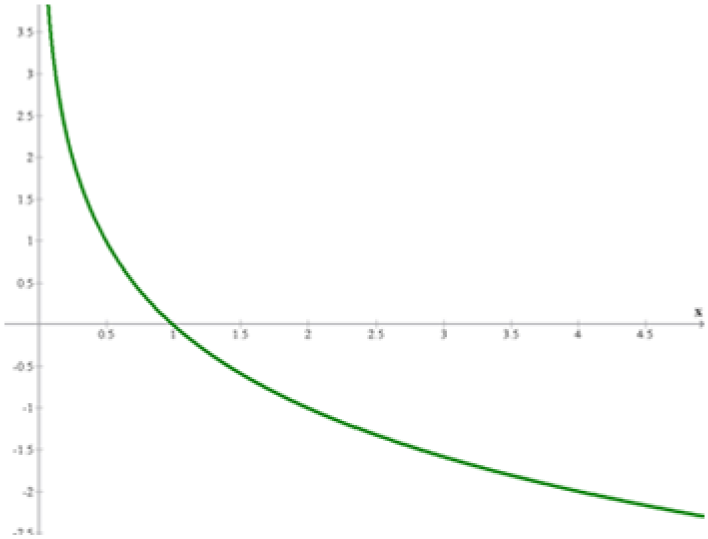
$$f(x) = \log_2(x)$$

x	$y = \log_2(x)$
$\frac{1}{8}$	-3
$\frac{1}{4}$	-2
$\frac{1}{2}$	-1
1	0
2	1
4	2
8	3



$f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x)$

x	$y = \log_{\frac{1}{2}}(x)$
$\frac{1}{8}$	3
$\frac{1}{4}$	2
$\frac{1}{2}$	1
1	0
2	-1
4	-2
8	-3

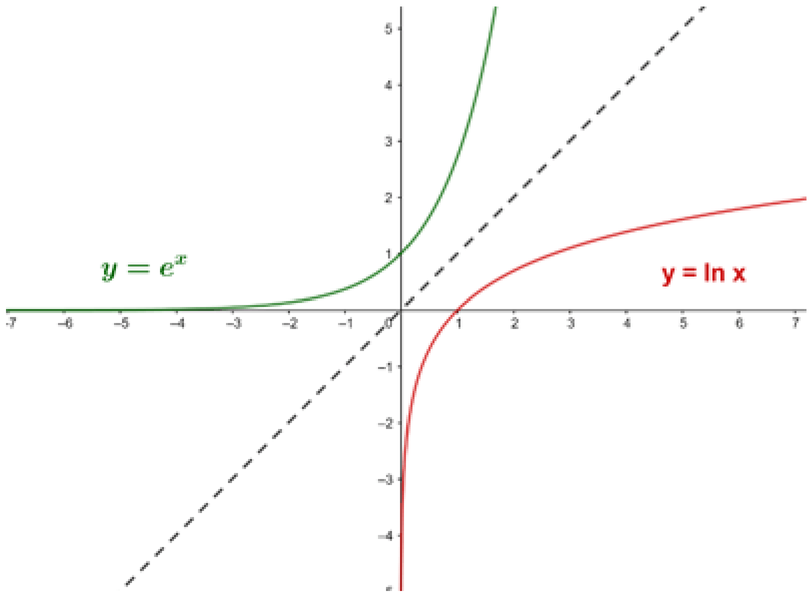


Las propiedades de las funciones logarítmicas

- Dominio: $\mathbb{R}^+$
- Recorrido: $\mathbb{R}$
- Es continua
- Los puntos $(1, 0)$ y $(1, 0)$ pertenecen a la gráfica.
- Es inyectiva (ninguna imagen tiene más de un original).
- Creciente si $a > 1$
- Decreciente si $0 < a < 1$

Las gráfica de la función logarítmica es simétrica (respecto a la bisectriz del primer y tercer cuadrante) de la gráfica de la función exponencial, ya que son funciones reciprocas o inversas entre sí.

$a > 1$



ACTIVIDAD

1. Realice un cuadro comparativo entre las funciones exponenciales y logarítmicas teniendo en cuenta sus características básicas.
2. Consultar algunas aplicaciones de las funciones exponenciales y logarítmicas.
3. Realizar en un plano cartesiano las gráficas de las siguientes funciones, teniendo en cuenta la tabla de valores y escriba sus características.
   - **$Y = 3^x$**
   - **$Y = 2^x$**
   - **$Y = (1/2)^x$**
   - **$Y = \log_2 X$**
   - **$Y = \log_3 X$**
   - **$Y = \log_{½} X$**
   - **$Y = (1/3)^x$**

AUTOEVALUACIÓN DEL ESTUDIANTE

La autoevaluación es una actividad autónoma del estudiante que implica responsabilidad y honestidad, cada desempeño se evalúa en una escala de 1 a 5, marque la valoración que considere pertinente y justifíquela. Al final sume y divida entre 5 para obtener su valoración final.

DESEMPEÑO	***VALORACIÓN***	***JUSTIFICACION***
Siempre me responsabilizo de las actividades asignadas y las entrego a tiempo		

Incorporo los conceptos previos básicos para continuar con el proceso de aprendizaje de la asignatura.		
Me apropio responsablemente de los diferentes elementos o materiales de trabajo para el desarrollo de la asignatura (textos, equipos, enseres, material didáctico y virtual).		
Comparto mis saberes con mis compañeros, valorando las ideas de los demás.		
Tengo buena disposición para escuchar lo que me favorece en la apropiación del conocimiento.		
VALORACION FINAL		